Universidad Nacional Abierta

Vicerrectorado Académico

Área de Matemática

Matemática I (Cód. 175-176-177)

Cód. Carrera: 126 -236-280-508-521-542-610-611-612-613

Fecha: 23-11- 2013

MODELO DE RESPUESTAS
Objetivos del 7 al 11

OBJ 7 PTA 1 Sean las sucesiones $a_n = \dfrac{2n^3 - n}{n^3 - 1}$ y $b_n = \dfrac{3n^3 - 2}{5n + n^3}$, calcule $\lim\limits_{n\to\infty}\{a_n + b_n\}$

SOLUCIÓN:

$$\lim_{n\to\infty}\{a_n + b_n\} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^3 - n}{n^3 - 1}\right) + \left(\frac{3n^3 - 2}{5n + n^3}\right) = \left[\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3 - n}{n^3 - 1}\right] + \left[\lim_{n\to\infty}\frac{3n^3 - 2}{5n + n^3}\right]$$

$$= \left[\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{2n^3}{n^3} - \dfrac{n}{n^3}}{\dfrac{n^3}{n^3} - \dfrac{1}{n^3}}\right] + \left[\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{3n^3}{n^3} - \dfrac{2}{n^3}}{\dfrac{5n}{n^3} + \dfrac{n^3}{n^3}}\right] = \left[\lim_{n\to\infty}\frac{2 - \dfrac{1}{n^2}}{1 - \dfrac{1}{n^3}}\right] + \left[\lim_{n\to\infty}\frac{3 - \dfrac{2}{n^3}}{\dfrac{5}{n^2} + 1}\right]$$

$$= \left[\frac{2-0}{1-0}\right] + \left[\frac{3-0}{0+1}\right] = 2 + 3 = 5$$

♦

OBJ 8 PTA 2 Dadas las funciones $\boldsymbol{r}, \boldsymbol{q}: \boldsymbol{D} \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $r(x) = \sqrt{x+2}$ y $q(x) = 2x - 10$, calcule $\lim\limits_{x\to 7}\{r(x)/q(x)\}$

SOLUCIÓN:

Al aplicar el álgebra de límites, según se señala en la página 101 del Módulo III se tiene:

$$\lim_{x\to 7}\{r(x)/q(x)\} = \lim_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}}{2x-10} = \frac{\lim\limits_{x\to 7}\sqrt{x+2}}{\lim\limits_{x\to 7}(2x-10)} = \frac{\sqrt{\lim\limits_{x\to 7}x + \lim\limits_{x\to 7}2}}{2\lim\limits_{x\to 7}x - \lim\limits_{x\to 7}10} = \frac{\sqrt{7+2}}{2(7)-10} = \frac{\sqrt{9}}{14-10} = \frac{3}{4}$$

♦.

OBJ 9 PTA 3 A continuación se te presenta una serie de enunciados, donde deberás completar los espacios subrayados a fin de que estos sean correctos. (Justifica tu respuesta)

Al graficar la función $f(x)=\begin{cases} x^2+\dfrac{|x|}{x} & ,x\neq 0 \\ 1 & ,x=0 \end{cases}$, se puede decir que:

a. En la gráfica de la función se observan un _________ en el punto $x_0=0$, por ello, la función es _______________.

b. En los intervalos $(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$ la función es _______________.

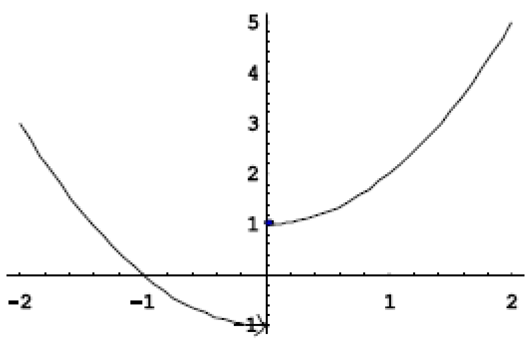
c. En el intervalo _________ la función es discontinúa.

Nota: Para el logro de este objetivo debes responder correctamente los tres literales.

SOLUCIÓN:

Ver los ejemplos, en las páginas 121 – 126, Módulo III del texto.

Al graficar de la función $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & , \quad x<0 \\ 1 & , \quad x=0 \\ x^2+1 & , \quad x>0 \end{cases}$ se obtiene:



a. En la gráfica de la función se observan un **<u>salto</u>** en el punto $x_0=0$, por ello, la función es **<u>discontinua</u>**.

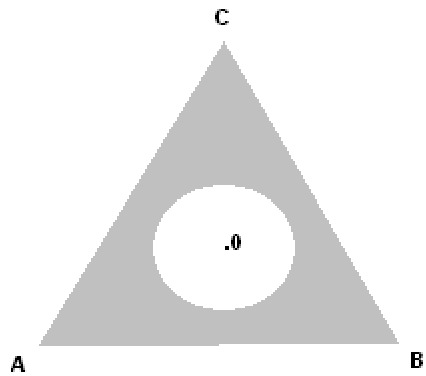
b. En los intervalos $(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$ la función es **<u>continua</u>**.

c. En el intervalo **<u>[−1, 1]</u>** la función es discontinúa. Es válido cualquier intervalo en el que esté presente la discontinuidad.

♦

EDUCACION, MENCION DIFICULTAD DE APRENDIZAJE Y PREESCOLAR (Cód. 175)

OBJ 10 PTA 4 Calcule el área de la región sombreada en la siguiente figura, formada por el triángulo equilátero cuyo lado es 16 m y el círculo de centro O, de radio 4 m.



Nota: Toma en cuenta, $\sqrt{3}$ = 1,73 y π = 3,14

SOLUCIÓN:

El área de la región sombreada es igual al área del triángulo equilátero menos el área del círculo. Como el área del triángulo equilátero es $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, y la base del triángulo equilátero es ***a = 16*** y el radio del círculo es r = 4 m, resulta:

$$\text{Área región sombreada} = \frac{\sqrt{3}(16)^2}{4}\ m^2 - \pi(4)^2\ m^2 = 256\sqrt{3}\ m^2 - 16\pi\ m^2$$

$$= (256.1,73 - 16.3,14)\ m^2$$

$$= (442,88 - 50,24)\ m^2$$

$$= \mathbf{392,64}\ m^2.$$

♦

OBJ 11 PTA 5 ¿Existe alguna base $b \geq 2$ tal que, el número 436_b sea igual al triple del número 134_b?

SOLUCIÓN:

Se sigue como en el ejercicio 6 de la Autoevaluación en la página 161 en el Módulo IV (Cód. 175) del Texto.

$436_b = 6 + 3b + 4b^2$

$134_b = 4 + 3b + 1b^2$

Luego, $6 + 3b + 4b^2 = 3(4 + 3b + 1b^2) \Rightarrow 6 + 3b + 4b^2 = 12 + 9b + 3b^2$

$\Rightarrow 6 + 3b + 4b^2 - 12 - 9b - 3b^2 = 0$

$\Rightarrow b^2 - 6b - 6 = 0$

$b = \frac{6 \pm \sqrt{60}}{2}$ que **NO** son números naturales. Por lo tanto, no existe tal base b.

♦

ADMINISTRACIÓN Y CONTADURÍA (Cód. 176)

OBJ 10 PTA 4 Una compañía despacha quincenalmente 120 computadoras a un distribuidor por un precio unitario de Bs 2.500.000; si el precio unitario es de Bs. 2.000.000 se ofrecen sólo 100 unidades. Obtenga la ecuación de la oferta suponiendo que es lineal.

SOLUCIÓN:

Ver página 32-33 del Módulo IV (Cód. 176) problema 1.3.1. Como la función oferta es lineal, se puede suponer que la misma tiene la forma:

$$S = a + bP$$

Además, Las condiciones del enunciado nos indica que:
Para S = 120, se tiene que P = 2500000; es decir:

$$120 = a + 2500000b \ (1)$$

Análogamente, si S = 100, P = 2000000, lo que se traduce en:

$$100 = a + 2000000b \ (2)$$

De las expresiones obtenidas en (1) y (2) se obtienen los valores de "a" y "b resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 120 = a + 2500000b \\ 100 = a + 2000000b \end{cases}$$

Cuya solución es: a = 20 y b = $\frac{1}{25000}$. La ecuación de la oferta es por tanto:

$$\mathbf{S = 20 + \frac{1}{25000} P}$$

♦

OBJ 11 PTA 5 Las ventas de un producto durante el intervalo de tiempo [0,70], sigue un comportamiento representado a través de la siguiente función:

$$V(t) = \begin{cases} t & , \quad t \in [0\ ,\ 20] \\ 4883{,}28\text{Ln}(t) - 14609 & , \quad t \in [20\ ,\ 30] \\ 2000 & , \quad t \in [30\ ,\ 50] \\ 5(t-70)^2 & , \quad t \in [50\ ,\ 70] \end{cases},$$

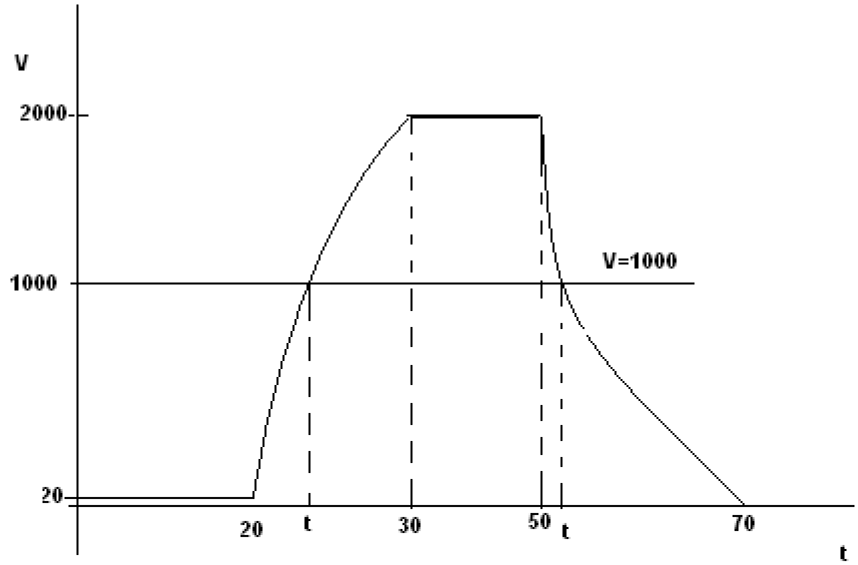
Donde V(t) representa el número de unidades vendidas al final del año t. ¿En qué momento las ventas alcanzaran un volumen de 1000 unidades?

SOLUCIÓN:

Ver problema similar página 88 del texto-Módulo IV (Cód. 176). Para determinar cuándo las ventas alcanzaran un volumen de 1000 unidades, debemos resolver para "t", la ecuación:

$$V(t)=1000$$

Dado que, V(t) es una función a trozos, en la resolución de la ecuación anterior debemos previamente saber cuál o cuáles reglas de correspondencia son las adecuadas. Si sobre la gráfica de la función dibujamos la recta horizontal V = 1000, observamos que la misma corta a la curva en dos puntos; uno en el segmento de recta correspondiente al intervalo $[20{,}30]$ y otro en el intervalo $[50{,}70]$. Ver la siguiente figura:



El valor de t_1 se encuentra resolviendo la ecuación:

$$4883{,}28\mathrm{Ln}(t_1) - 14609 = 1000$$

Mientras que, t_2 se encuentra resolviendo la ecuación:

$$5(t_2 - 70)^2 = 1000$$

Se tiene que: $t_1 = 24{,}4$ y $t_2 = 55{,}8$. Es decir, el volumen de ventas de 1000 unidades es alcanzado en dos épocas diferentes, correspondientes a los valores obtenidos anteriormente.

♦

MATEMÁTICA, EDUCACIÓN MENCIÓN MATEMÁTICA INGENIERÍA (Cód. 177)

OBJ 10 PTA 4 Demuestre, usando el método directo, que:

$$-2 \text{ es la parte entera de } -\sqrt{2}\,.$$

Nota: Recuerda que la parte entera de un número **k** es otro número **a** tal que: $\mathbf{a \leq k < a+1}$.

SOLUCIÓN:

Al identificar el número **a** (la parte entera de un número **k**) tal que:

$$\mathbf{a \leq k < a+1}.$$

En nuestro caso:

$$\mathbf{-2} \leq -\sqrt{2} < \mathbf{-1}$$

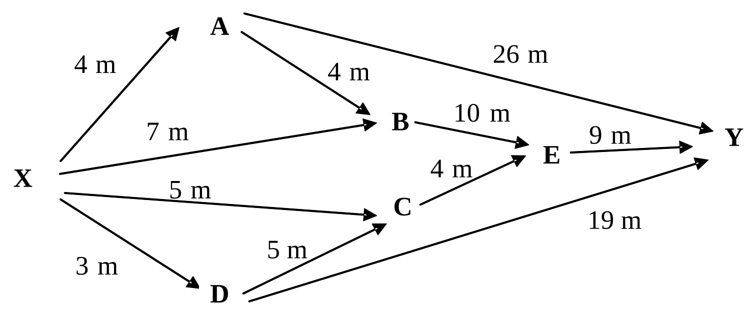
Por consiguiente:

$$[-\sqrt{2}\,] = -2$$

Es decir, -2 es la parte entera de $-\sqrt{2}$.

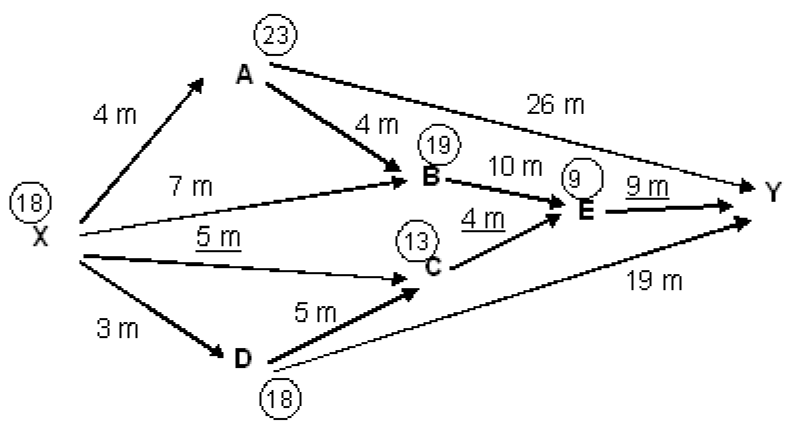
♦

OBJ 11 PTA 5 En la figura se presentan los caminos que puede transitar un excursionista que partiendo del punto X desea llegar al punto Y. Estos caminos están interconectados por los distintos puntos para acampar: X, A, B C, D, E e Y. La distancia (en metros) entre estos puntos para acampar y las direcciones en que puede moverse el excursionista se presentan continuación:



¿Cuál es el camino óptimo en cuanto a distancia para el excursionista? Aplique el Modelo del Camino más Corto.

SOLUCIÓN:
Ver páginas 76-81 del Módulo IV (Cód. 177). Para resolver este problema aplicamos el Modelo del Camino más Corto.



Así resulta que el camino más corto para ir de X a Y es ir primero a C, luego a E y por último a Y (XCEY).

♦

FIN DEL MODELO