Universidad Nacional Abierta
Vicerrectorado Académico

Área de Matemática

Matemática I (Cód. 175-176-177)
Cód. Carrera: 126–236–280–508–521
542–610–611– 612–613
Fecha: 23 – 07 – 2016

MODELO DE RESPUESTA
Objetivos del 01 al 06

OBJ 1 PTA 1

Carlos y Javier son dos hermanos. Hace 10 años, la edad de Carlos era cuatro veces mayor que la de Javier pero hoy sólo es el doble ¿Cuáles son las edades actuales de ambos hermanos?

SOLUCIÓN:

Procedemos de manera similar al ejercicio propuesto 1.3 Nro.6 de la página 54, del texto Matemática I, módulo I.

Sea **X** la edad actual de Carlos e **Y** la edad actual de Javier. Del enunciado se tiene:

$$\begin{cases} X-10=4.(Y-10) \\ X=2Y \end{cases} \text{ ,es decir, } \begin{cases} X-10=4Y-40 \\ X=2Y \end{cases}$$

Al resolver se obtiene **X**= 30 , **Y**= 15. Por lo tanto, la edad actual de Carlos es 30 años y la de Javier es 15 años.

OBJ 2 PTA 2

Completa en la siguiente tabla, los casos de aproximaciones y redondeo que se indican:

Expresión decimal	Aprox. defecto	Aprox. exceso	Redondeo
1, 6666…	1,666 (tres cifras decimales)		
27,45928		27,5 (una cifra decimal)	
6,0327162			6,0 (una cifra decimal)

Criterio de Dominio: Para el logro del objetivo 2 el estudiante debe responder correctamente toda la información en la tabla.

SOLUCIÓN:

Aproximar un número a ciertas cifras decimales consiste en encontrar un número con las cifras pedidas muy próximo al número dado. Si **la aproximación es por defecto**, buscamos el número con un determinado número de cifras que es inmediatamente menor que el dado y si es por **exceso**, el número con las cifras decimales fijadas es inmediatamente mayor. Además, **redondear** un número consiste en dar la mejor de las aproximaciones, es decir, aquella con la que se cometa un error menor.

Al completar en la tabla, los casos de aproximaciones y redondeo que se indican tenemos:

Expresión decimal	Aprox. defecto	Aprox. exceso	Redondeo
1, 6666…	1,666 (tres cifras decimales)	1,667 (tres cifras decimales)	1,667 (tres cifras decimales)
27,45928	27,4 (una cifra decimal)	27,5 (una cifra decimal)	27,5 (una cifra decimal)
6,0327162	6,0 (una cifra decimal)	6,0 (una cifra decimal)	6,0 (una cifra decimal)

El estudiante puede aproximar con otras cifras decimales y argumentar su respuesta.

OBJ 3 PTA 3

Según el plan de evaluación de la asignatura Matemática I (Cód. 175-176-177) de la Universidad Nacional Abierta , un estudiante para obtener la calificación mínima aprobatoria de **seis(6) puntos**, debe aprobar **siete(7) objetivos** de un total de **once (11)**. Si en las pruebas parciales logra aprobar **cinco (5) objetivos.**

a) ¿Cuál es la cantidad mínima de objetivos que debe lograr en la prueba integral para aprobar la asignatura?

b) Realiza la interpretación gráfica sobre una recta del conjunto solución dado en la respuesta de la parte **(a)**

Criterio de Dominio: Para el logro del objetivo 3 el estudiante debe responder correctamente todos los literales.

SOLUCIÓN:

Observe que se está trabajando en el conjunto de los números naturales, debido a que los objetivos a lograr son medidos con números enteros entre 0 y 11, tomando en cuenta que el estudiante ya ha logrado 5.

a) Si **X** representa la cantidad de objetivos logrados en las pruebas parciales e **Y** los logrados en la prueba integral y **Z** la cantidad total de objetivos logrados en los momentos de pruebas parciales e integrales, entonces: **Z= X + Y.**

Como la asignatura Matemática I se aprueba logrando la cantidad mínima de **siete (7) objetivos** y máxima **de once (11)**, se tiene:

$$\mathbf{7} \leq \mathbf{Z} \leq 11, \text{ es decir, } \mathbf{7} \leq \mathbf{X} + \mathbf{Y} \leq \mathbf{11},$$

sabiendo que el estudiante aprobó **cinco (5) objetivos** en las pruebas parciales, entonces, **X= 5**, luego:

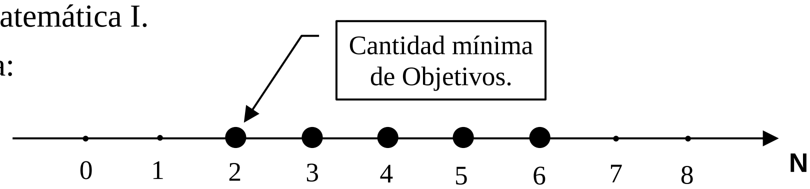
$$\mathbf{7} \leq \mathbf{5} + \mathbf{Y} \leq \mathbf{11},$$

$$7 - 5 \leq 5 - 5 + Y \leq 11 - 5 \text{ (Se resta 5 en ambos miembros.)}$$

$$\mathbf{2} \leq \mathbf{Y} \leq 6. \text{ (Simplificación)}$$

Es decir, el estudiante debe lograr la cantidad mínima de **dos (2) objetivos** en la prueba integral para aprobar la asignatura Matemática I.

b) Interpretación gráfica:



Es decir, el conjunto solución es: $\{2,3,4,5,6\}$.

OBJ 4 PTA 4

Sea un cuadrilátero ABCD de vértices: A (-4,-1); B (4,1); C (3,4) y D (-1,3).

a) Ubica los puntos en un sistema de coordenadas cartesianas.

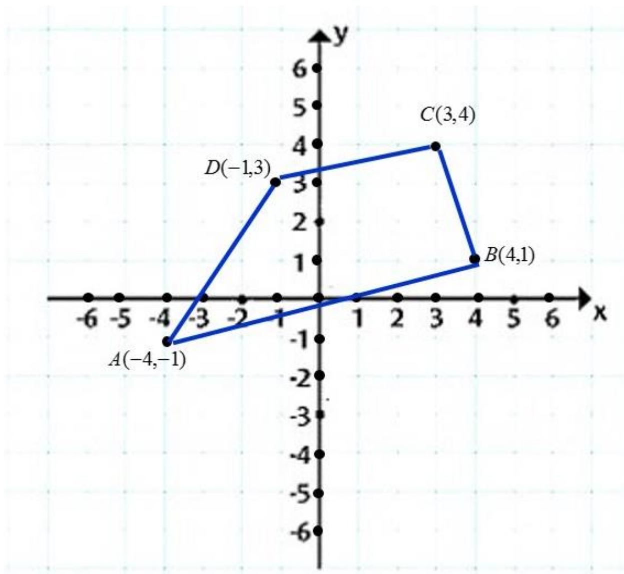
b) Determina los puntos medios M y N de AD y BC respectivamente.

c) Comprueba que $d(M, N) = \dfrac{d(A, B) + d(C, D)}{2}$

Criterio de Dominio: Para el logro del objetivo 4 el estudiante debe responder correctamente dos de los tres literales.

SOLUCIÓN:

a)



b) Al aplicar la fórmula dada en la página 48 del Módulo II del texto Matemática I, tenemos que el punto medio del segmento de extremos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es:

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right).$$

Luego, el punto medio M del segmento de extremos A (-4,-1) y D (-1,3) es:

$$M\left(\frac{-4-1}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = \left(\frac{-5}{2}, \frac{2}{2}\right) = \left(\frac{-5}{2}, 1\right).$$

Análogamente, el punto medio N del segmento de extremos B (4,1) y C (3,4) es:

$$N\left(\frac{4+3}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right).$$

c) Para comprobar que $d(M, N) = \dfrac{d(A, B) + d(C, D)}{2}$.

Se aplica la definición de distancia entre dos puntos dada en la pág. 46 del módulo II del texto Matemática I. Por lo tanto,

$$\mathbf{d(M,N)} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)\right)^2 + \left(\frac{5}{2}-1\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}-1\right)^2} = \sqrt{(6)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{36+\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{153}{4}} = \frac{3\sqrt{17}}{2}$$

d(A,B) = $\sqrt{(4-(4))^2+(1-(-1))^2}$ = $\sqrt{(4+4)^2+(1+1))^2}$ = $\sqrt{(8)^2+(2))^2}$ = $\sqrt{64+4}=\sqrt{68}$ = $2\sqrt{17}$

d(C,D) = $\sqrt{(-1-3)^2+(3-4)^2}$ = $\sqrt{(-4)^2+(-1)^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

Finalmente, al efectuar $\frac{d(A, B)+ d(C, D)}{2}$, se comprueba que: d (M, N) = $\frac{d(A, B)+ d(C, D)}{2}$.

OBJ 5 PTA 5

Dada la función f(x) definida por: f(x)= $\sqrt{-2-x}$.

a) Determina el dominio y rango de f(x).

b) Grafica la función f(x).

Criterio de Dominio: Para el logro del objetivo 5 el estudiante debe responder correctamente todos los literales.

SOLUCIÓN:

a) De acuerdo a la definición dada en la página 98 del texto Matemática I, módulo II, el dominio de la función f(x) es el mayor subconjunto del conjunto de los números reales para el cual f(x) está definida. Por tanto, el dominio de la función $f(x)=\sqrt{-2-x}$ está formado por todos los valores de x tales que $-2-x\geq 0$, es decir, $-x\geq 2\Rightarrow x\leq -2$. Luego, el dominio de f(x) viene dado por x $\in(-\infty,-2]$, también se puede escribir como Dom (f)= $(-\infty,-2]$.

Para encontrar el rango de la función y= $f(x)=\sqrt{-2-x}$, debemos determinar para qué valores de y en **R** se verifica que existe x en **R**, tal que $f(x)=\sqrt{-2-x}$.

Para ello, despejamos x de la expresión y=$\sqrt{-2-x}$. Luego, analizamos la expresión obtenida en la variable y.

Si se procede de manera similar al ejemplo dado en la página 99 del texto Matemática I, módulo II, despejamos x:

y=$\sqrt{-2-x}$ $\Rightarrow$ $y^2= -2-x\Rightarrow x=-2-y^2$, lo cual está definido para todo valor de y.

Como y=$\sqrt{-2-x}\ \geq 0$, entonces únicamente consideramos y $\in[0,\infty]$. Luego, el rango de la función f(x)= $\sqrt{-2-x}$ es $[0,\infty]=\mathbf{R}^+\cup\{0\}$.

b) Si consideramos algunos valores de x que pertenezcan al Dom (f)= $(-\infty,-2]$, tenemos:

Para x= -2 , y= $\sqrt{-2-(-2)}\ \Rightarrow$ y= 0,

x= -3, y= $\sqrt{-2-(-3)}\ \Rightarrow$ y= $\sqrt{1}=1$

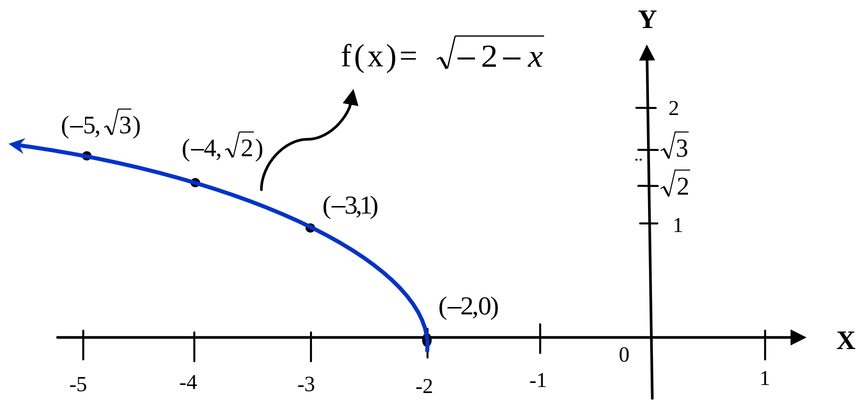
x= -4, y= $\sqrt{-2-(-4)}\ \Rightarrow$ y= $\sqrt{2}$

x = -5, y= $\sqrt{-2-(-5)}\ \Rightarrow$ y= $\sqrt{3}$

Construimos una tabla de valores:

x	-2	-3	-4	-5
y	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
(x,y)	(-2,0)	(-3,1)	(-4, $\sqrt{2}$)	(-5, $\sqrt{3}$)

La gráfica de la función f(x)= $\sqrt{-2-x}$ es:



Dom (f)= $(-\infty,-2]$ y Rg (f)= $[0,\infty]$.

OBJ 6 PTA 6
Un asesor de Área de Matemática de un centro local de la Universidad Nacional Abierta, realizó un estudio para analizar el número de días a la semana que los estudiantes asistieron a dicho centro y para recibir asesoría académica sobre la primera prueba parcial de la asignatura Matemática I. Al observar su registro diario durante una semana, tabuló la siguiente información correspondiente a los días que asistieron 20 estudiantes a la asesoría:

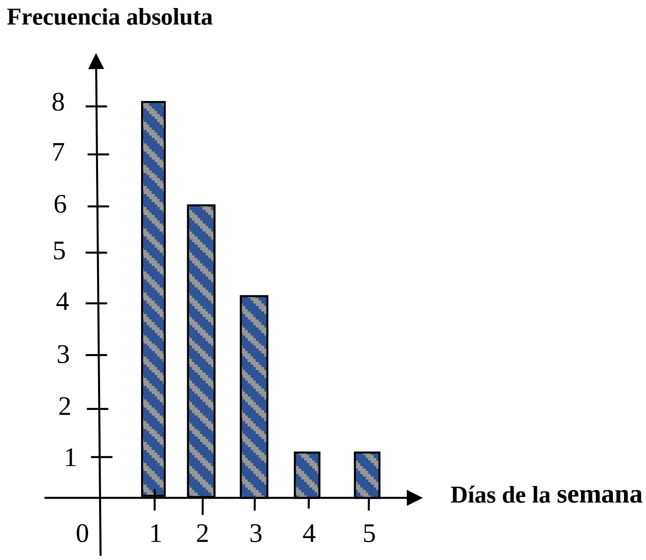
1	3	2	1	1	4	5	1	1	1
2	3	3	2	2	1	3	2	1	2

a) Determina la frecuencia absoluta.
b) Representa gráficamente la distribución.
Criterio de Dominio: Para el logro del objetivo 6 el estudiante debe responder correctamente todos los literales.

SOLUCIÓN:
a) En este caso, la variable que estamos analizando (**el número de días a la semana**) es discreta y de acuerdo a la definición 6.5 dada en la página 176 del texto Matemática I, módulo II , la frecuencia absoluta, se refiere al número de observaciones de un dato, es decir, el número de veces que aparece en la muestra dicha variable. Además, la suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos.

Número de días a la semana	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta	8	6	4	1	1

b) Una representación gráfica de la distribución recomendada para variable discreta sería del tipo de diagrama de barras.



El estudiante puede representar gráficamente la distribución de los datos con otro gráfico y argumentar su respuesta de acuerdo a lo señalado en la sección 6.2 de la página 169 del texto Matemática I, módulo II.

FIN DEL MODELO.