**Universidad Nacional Abierta**
**Vicerrectorado Académico**
**Área de Matemática**

**Matemática I (Cód. 175-176-177)**

**Cód. Carrera: 126–236–280–508–521–542–610–611 612–613**

**Fecha: 15 – 10 – 2016**

## MODELO DE RESPUESTA
## Objetivos del 07 al 11

**OBJ 7 PTA 1**

Calcule en las progresiones siguientes el término que se indica:

a) 1,7, 13, $a_4$, 25,…

b) $a_1$, 20, 100, 500,…

**Criterio de Dominio:** Para el logro del objetivo 7 el estudiante debe responder correctamente una de los dos literales.

**SOLUCIÓN:**

De acuerdo a las definiciones dadas en la pág. 27 del texto Matemática I, módulo III, una sucesión $\{a_n\}$ forma una progresión aritmética, si cada término a partir del primero se obtiene sumándole al anterior una cantidad constante llamada razón(r), cuyo término general viene dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1).r, \ n \geq 1.$$

Además, si los términos se obtienen multiplicando al anterior por la razón, la progresión será geométrica de término general:

$$a_n = a_1.r^{n-1}, \ n \geq 1.$$

En la sucesión $\{a_n\}$, $a_i$ es el i-ésimo término, con i = 1, 2, 3... Si hacemos la diferencia entre términos consecutivos: $a_{i+1} - a_i$ y la misma es constante, este valor es la razón (r) de la sucesión que forma una progresión aritmética. De la misma manera, si el cociente $\dfrac{a_{i+1}}{a_i}$ es constante, el valor encontrado es la razón (r) de la progresión geométrica.

a) Al hacer la diferencia de dos términos consecutivos, tenemos:

$$a_2 - a_1 = 7\text{-}1 = \mathbf{6}$$
$$a_3 - a_2 = 13\text{-}7 = \mathbf{6.}$$

Como la diferencia entre términos consecutivos es constante, la sucesión es una progresión aritmética de razón **r** = **6**. Para calcular $a_4$:

$$a_4 = a_3 + r = 13+6= 19.$$

También se puede usar la fórmula del término general de la progresión aritmética.

b) El cociente entre dos términos consecutivos es:

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{100}{20} = 5,$$
$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{500}{100} = 5.$$

Como el cociente entre términos consecutivos es constante, la sucesión es una progresión geométrica de razón **r** = **5.**

Para calcular $a_1$:

$$a_2 = a_1.r$$
$$20 = a_1.5$$
$$a_1 = \frac{20}{5} = 4.$$

**OBJ 8 PTA 2**

Sea h: **R**→ **R**, definida por: $h(x) = \begin{cases} -x & \text{si} \quad x \neq 2 \\ 0 & \text{si} \quad x = 2 \end{cases}$

a) Elabore una tabla de valores cercanos a $x_o$ = 2.
b) Grafique h(x).
c) Calcule, usando la definición y lo obtenido anteriormente, el $\lim_{x \to 2} h(x)$.

**Criterio de Dominio:** Para el logro del objetivo 8 el estudiante debe responder correctamente dos de los tres literales

**SOLUCIÓN:**

Según la definición 8.1 (límite de una función en un punto), dada en la pág. 73 del texto Matemática I, módulo III, decimos que existe el límite L de f(x) en un punto $x_o \in$ **R**, si para cualquier x $\in Dom(f)$, cuando x se acerca a $x_o$, entonces f(x) se acerca a L. La notación más usada, se escribe: $\lim_{x \to 0} f(x) = L$ .

a) De manera similar al ejercicio propuesto 8.2, N° 2, de la pág. 76 del texto Matemática I, módulo III, construimos una tabla de valores de f(x) para analizar qué valores toma la función en valores cercanos a $x_o$ =2 , por la derecha y por la izquierda:

x se acerca a 2 por la izquierda

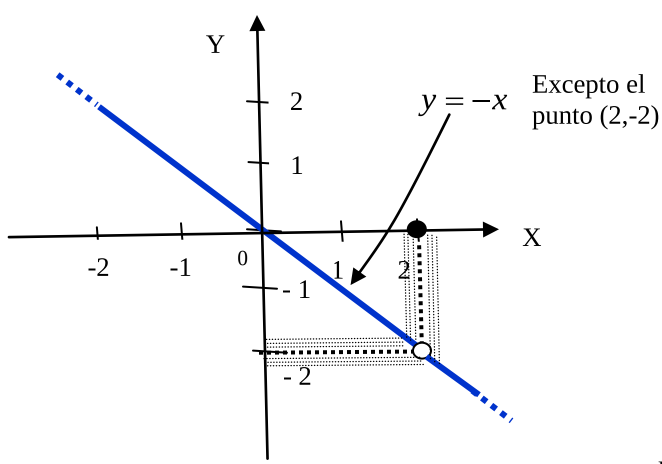
x se acerca a 2 por la derecha

| x | h(x) |
|---|---|
| 1,97 | -1,97 |
| 1,99 | -1,99 |
| 1,999 | -1,999 |
| 2,001 | -2,001 |
| 2,01 | -2,01 |
| 2,03 | -2,03 |

h(x) se aproxima a -2

h(x) se aproxima a -2

b) Grafica h(x) :



c) Puede observarse que cuando x se acerca a $x_o = 2$ para valores menores que él, los valores de la función se aproximan a $-2$. De la misma manera, cuando se eligen valores de x que se acercan a $x_o = 2$ para valores mayores que él, la función se aproxima a $-2$. Es decir, los valores de la función están próximos a $-2$ para valores de x suficientemente cercanos a $x_o = 2$, esto es, $\lim\limits_{x \to 2} h(x) = -2$.

**OBJ 9 PTA 3**

Las tarifas en Bolívares por el envío de documentos y paquetes hasta 10 kilos que ofrece a nivel local una empresa son las mostradas en el siguiente cuadro:

| TARIFAS DE DOCUMENTOS Y PAQUETES HASTA 10 KILOS | |
|---|---|
| Pesos (Kg.) | Bs. |
| hasta 1 | 500 |
| Más de 1 hasta 4 | 1200 |
| Más de 4 hasta 7 | 2000 |
| Más de 7 hasta 10 | 3500 |

a) Construye explícitamente una función que describa la tabla anterior.
b) Realice la representación gráfica de dicha función.
c) Determine si la misma corresponde a una función continua.

**Criterio de Dominio:** Para el logro del objetivo 9 el estudiante debe responder correctamente todos los literales

**SOLUCIÓN:**

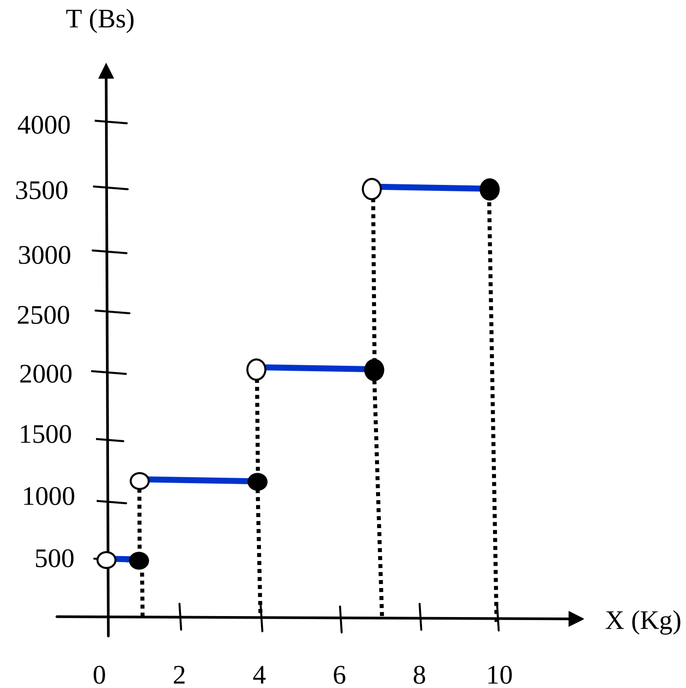
Al resolver de forma semejante al ejercicio propuesto 9.3, N°. 1, de la pág. 133 del texto Matemática I, módulo III.

a) Una función T: $(0,10] \to \mathbf{R}$, que describe la tabla anterior es:

$$\mathrm{T(x)} = \begin{cases} 500 \ , & 0 < \mathrm{x} \leq 1 \\ 1200, & 1 < \mathrm{x} \leq 4 \\ 2000, & 4 < \mathrm{x} \leq 7 \\ 3500, & 7 < \mathrm{x} \leq 10 \end{cases},$$

donde x indica el peso del documento o paquete en kilogramos.

b) La representación gráfica de la función T(x) es la siguiente :




c) De acuerdo a la gráfica anterior y a la noción intuitiva de continuidad dada en la pág. 121 del texto Matemática I, módulo III, se observan "saltos" en la representación gráfica de la función y esta situación no permite que se pueda dibujar la gráfica de T(x) sin levantar el lápiz del papel , por lo cual, T(x) **no** es continua en el intervalo I = $(0,10]$

**CARRERAS: EDUCACIÓN PREESCOLAR Y DIFICULTADES DE APRENDIZAJE (Cód. 175)**

**OBJ 10 PTA 4**

¿Cuál es el área de una plaza de forma circular que mide 137,60 metros alrededor?

**SOLUCIÓN:**

Denotaremos por **A** el área de forma circular representada por la plaza de longitud 137,60 metros.

Para calcular el área, es necesario conocer el radio. De acuerdo con la definición de áreas de regiones de un plano dadas en la págs. 65 y 66 del texto Matemática I (Cód. 175), módulo IV, se tiene que para una circunferencia de radio R , su longitud viene dada por:

$$L = 2.\pi.R \rightarrow R = \frac{L}{2.\pi} = \frac{137{,}60m}{6{,}28} \approx 21{,}91 \text{ metros, siendo } \pi \approx 3{,}14$$

Por lo tanto, el área de la plaza es: $A = \pi.R^2 = \pi.(21{,}91)^2 \approx 1507{,}35m^2$

**OBJ 11 PTA 5**

Dada la siguiente seriación o sucesión de objetos:

△ ○ ▭ △ ○ ▭ △ ………..……..…….

Define mediante una función f: $\mathbf{N} \to \mathbf{E}$ en un cierto conjunto **E**.

**SOLUCIÓN:**

Procedemos de manera similar al ejercicio propuesto 3.3.1, N° 2, de la pág. 138 del texto Matemática I (Cód. 175), módulo IV.

Sea E el conjunto de las tres figuras distintas mostradas en el enunciado: triángulo, círculo y rectángulo, que denotaremos, respectivamente por:

△ , ○ , ▭

En efecto:

f(0)=f(3)=f(6)= … = △ , f(1)=f(4)=f(7)= … = ○ , f(2)=f(5)=f(8)= … = ▭

Al utilizar la notación $\{a_n\}$, se tiene:

$$a_n = \begin{cases} \triangle, & \text{si } n = 3m, \quad m \geq 0 \\ \bigcirc, & \text{si } n = 3m+1, m \geq 0 \\ \square, & \text{si } n = 3m+2, m \geq 0 \end{cases},$$

es decir, una seriación o sucesión de figuras geométricas.

## CARRERAS: ADMINISTRACIÓN Y CONTADURÍA (Cód. 176)

**OBJ 10 PTA 4**

La ecuación que relaciona la cantidad demandada de DVD con su precio unitario, durante un cierto período, es de tipo lineal.Una tienda de video vende 200 DVD a un precio de Bs. 250, pero si fija un precio de Bs. 300 se venderán 150 DVD. Determine la ecuación de la demanda.

**SOLUCIÓN:**

Resolvemos de forma similar al ejercicio 1.2, Nro. 2, de la página 27, del texto Matemática I (Cód. 176), módulo IV. Dado que la relación entre la cantidad demanda Q y el precio unitario P es lineal, podemos escribir: Q = a+b.P, siendo “a” y “b” constantes reales a ser determinadas.

Según las condiciones del problema, si P = 250, entonces Q = 200, es decir:

$$200 = a+b\,(250).$$

De manera análoga, Q= 150, cuando P= 300, entonces:

$$150 = a+b\,(300).$$

Los valores de “a” y “b” se obtienen resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones**:**

$$\begin{cases} 200 = a + 250b \\ 150 = a + 300b \end{cases},$$

cuya solución es: a = 450, b = –1.

Finalmente, la ecuación lineal de la demanda es: Q = 450 – P.

Otro procedimiento a seguir sería: cuando se específica que la ecuación de demanda es lineal, la ecuación a determinar es la de una recta. Consideraremos la cantidad Q como la abscisa y la cantidad P como la ordenada.

En el problema, se tienen dos puntos que satisfacen la ecuación buscada $(Q_1, P_1) = (200, 250)$ y $(Q_2, P_2) = (150, 300)$.

Ver texto Matemática I, módulo II, en las páginas 60 y 64, para obtener la recta que pasa por estos puntos, calculamos la pendiente:

$$m = \frac{300-250}{150-200} = -1 .$$

La ecuación de la recta en la forma punto-pendiente es: P–P1 = *m*. (Q–Q1), luego:

$$P-250 = -1. (Q-200).$$

De donde, se obtiene la ecuación de la demanda: Q = 450–P.

**OBJ 11 PTA 5**

Un bien cuyo valor inicial es de Bs. 30000, sufre una depreciación en forma exponencial de manera tal que su función V(*t*), que muestra el valor del bien al cabo de 5 años, viene dada por:

$$V(t) = 30000e^{-0,32t} ,\ t \in [0,5]$$

Calcula el valor del bien cuando hayan transcurridos cuatro años.

**SOLUCIÓN:**

Este problema se resuelve de manera similar a la parte c) del ejemplo 2.7.1 de la página 98, del texto Matemática I (Cód. 176), módulo IV. Para calcular el valor del bien cuando hayan transcurridos cuatro años, se evalúa la función V(t) para t = 4. Así, resulta:

$$V(4) = 30000e^{-0,32(4)} \approx 8341{,}12 .$$

El bien, transcurridos cuatro años, tiene un valor de Bs. 8341,12.

**CARRERAS: MATEMATICA, EDUCACIÓN MATEMÁTICA E INGENIERÍA (Cód. 177)**

**OBJ 10 PTA 4**

Identifica la hipótesis y la tesis en la siguiente proposición:
Si a es un número entero impar, entonces $a^2 + 3a + 5$ es un número entero impar.

**SOLUCIÓN:**

De acuerdo a la definición dada en la página 30 del texto Matemática I, (Cód. 177), módulo IV, la hipótesis es lo que se supone que se verifica y la tesis es lo que se quiere demostrar, esto es la conclusión o resultado que queremos obtener. En el enunciado de la proposición dada, la hipótesis y la tesis son:

**Hipótesis**: a es un número entero impar.

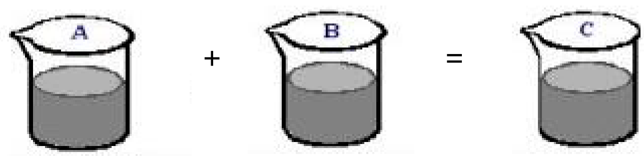
**Tesis**: $a^2 + 3a + 5$ es un número entero impar.

**OBJ 11 PTA 5**
Un farmacéutico debe preparar 15 ml de gotas especiales para un paciente con glaucoma. La solución debe tener 2% de ingrediente activo, pero sólo tiene disponibles soluciones al 10% y al 1%. Construya un modelo matemático que represente la situación planteada, para conocer la cantidad a utilizar de cada solución.

**SOLUCIÓN:**
Para la construcción de un modelo matemático que represente la situación planteada, seguiremos los pasos dados en la página 96 del texto Matemática I, (Cód. 177), módulo IV.

1.- Identificar la situación real que conduce a formular un problema:
Se trata de estudiar la cantidad de cada solución que debe utilizarse para completar la receta encargada al farmacéutico.

2.- Información disponible y selección de las variables que interviene:
Para ayudarnos a entender el problema, haremos un esquema, como el siguiente




**sol al 10%** **sol al 1%** **sol al 2%**

Sea x = cantidad de ml de la solución al 10%

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Cantidad de ml | x | 15–x | 15 |
| Cantidad de ingrediente activo | 0,1x | 0,01(15–x) | 0,02(15) |

3.- Expresión matemática del problema:
La situación presentada queda modelada por: $0{,}1x + 0{,}01(15-x) = 0{,}02(15)$.

El estudiante puede incorporar otros pasos en la construcción del modelo matemático para argumentar su respuesta.

**FIN DEL MODELO.**