Universidad Nacional Abierta
Vicerrectorado Académico

Área de Matemática

Matemática I (Cód. 175-176-177)
Cód. Carrera: 126–236–280–508–521
542–610–611– 612–613
Fecha: 19 – 11 – 2016

MODELO DE RESPUESTA
(Objetivos del 01 al 11)

OBJ 1 PTA 1

Calcule el valor de *m*, en el conjunto de los números enteros **Z,** e indica las propiedades sobre dicho conjunto, que verifican la siguiente igualdad:

$$3m-(-2-4m)=5-2(1-3m).$$

SOLUCIÓN:
Procedemos de manera similar al ejercicio propuesto 1.3 Nro.4 de la página 54, del texto UNA Matemática I, módulo I. Para ello, aplicamos propiedades definidas en el conjunto de los números enteros Z para resolver las operaciones indicadas:

$$3m-(-2-4m)=5-2(1-3m)= 3m+2+4m=5-2+6m \quad \text{por la distributividad}$$

$$= 7m+2=3+6m \quad \text{por agrupación de términos semejantes}$$

$$= 7m-6m=3-2 \quad \text{por agrupación de términos semejantes}$$

$$= m=1$$

OBJ 2 PTA 2

Aproxime, por redondeo a la milésima, el número $\dfrac{2,5\times10^{-3}}{(-0,2)^2}-\dfrac{3,5\times10^3-(8)^4}{(0,2)^{-3}}$

SOLUCION

Al efectuar los cálculos resulta:

$$\frac{2,5\times10^{-3}}{(-0,2)^2}-\frac{3,5\times10^3-(8)^4}{(0,2)^{-3}}=\frac{0,0025}{0,04}-\frac{3500-4096}{125}=0,0625-\frac{(-596)}{125}$$

$$= 0,0625+4,768$$

$$= 4,8305$$

Redondear un número decimal a la milésima, consiste en dejar tan sólo tres cifras decimales, aproximando la diez milésimas a la milésima más cercana. Si la parte diez milésima es igual o inferior a 0,0005 se aproxima a la milésima inferior, si es superior se aproxima a la milésima superior. (Ver páginas 70-71 del texto UNA Matemática I, módulo I.). Luego, la aproximación por redondeo a la milésima del número $\dfrac{2,5\times10^{-3}}{(-0,2)^2}-\dfrac{3,5\times10^3-(8)^4}{(0,2)^{-3}}$ es: 4,831

OBJ 3 PTA 3

Determine el conjunto solución de la inecuación

$$2(5+4p) > 3(p+5) - (p-1).$$

SOLUCIÓN:

Al resolver de forma semejante al ejemplo 3.5.4 dado en la página 153 del texto UNA Matemática I, módulo I, para la resolución de inecuaciones de primer grado, se tiene que:

$$2(5+4p) > 3(p+5) - (p-1)$$

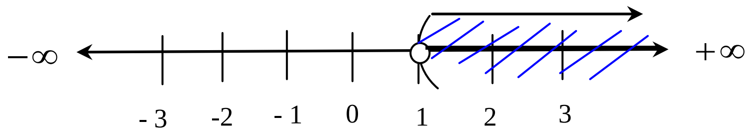
$$10+8p > 3p+15-p+1 \qquad \text{(Distributiva)}$$

$$8p-3p+p > 16-10 \qquad \text{(Agrupación de términos semejantes)}$$

$$6p > 6 \qquad \text{(Simplificación)}$$

de donde: $p > 1$

Es decir, el conjunto solución de la inecuación es: $\{p \in \mathbf{R} : p > 1\}$, o lo que es lo mismo el intervalo infinito $(1, +\infty)$



OBJ 4 PTA 4

Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto P (–3, 1) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $P_1\left(1\,,\ -\frac{3}{5}\right)$ y $P_2\left(-\frac{2}{3}\,,\ 1\right)$.

SOLUCIÓN:

De acuerdo a lo señalado en la página 64 del texto UNA Matemática I, módulo II, la pendiente m de la recta que pasa por los puntos $P_1\left(1\,,\ -\frac{3}{5}\right)$ y $P_2\left(-\frac{2}{3}\,,\ 1\right)$ es:

$$m = \frac{1-\left(-\frac{3}{5}\right)}{-\frac{2}{3}-1} = \frac{1+\frac{3}{5}}{-\frac{2}{3}-1} = \frac{\frac{8}{5}}{-\frac{5}{3}} = -\frac{24}{25}.$$

Además, si dos rectas son perpendiculares, entonces el producto de sus pendientes es igual a –1 (ver ejercicio propuesto 4.5.2. N°13 de la página 70 del texto UNA Matemática I, módulo II). De esta manera, tenemos que la pendiente de la recta que estamos buscando es:

$$m_p = -\frac{1}{m} = \frac{25}{24}.$$

Como la recta pasa por el punto P(–3, 1), su ecuación es:

$$y - 1 = \frac{25}{24}(x + 3).$$

OBJ 5 PTA 5

Sean f, g : $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, funciones tales que: f(x) = x – 1 y $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 3x$. Calcule g (4).

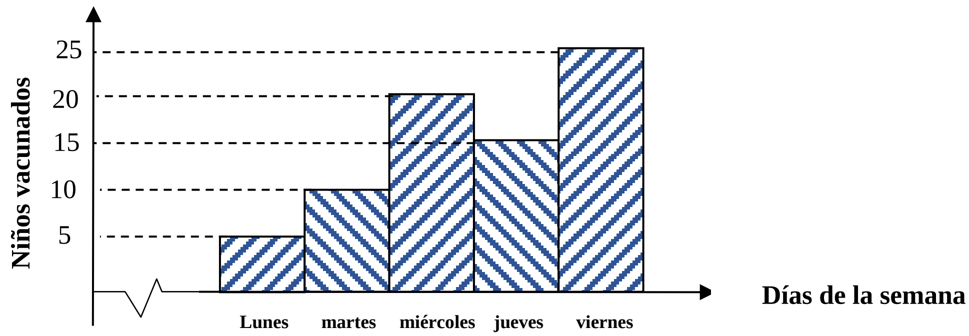
SOLUCIÓN:

De acuerdo a la definición 5.4 de composición de funciones dada en la página 144 del módulo II del Texto UNA, Matemática I, se tiene: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$. Luego, $g(x-1) = 2x^2 - 3x$. Por tanto,

$$g(4) = g(5-1) = 2.(5)^2 - 3.5 = 50-15 = 35.$$

OBJ 6 PTA 6

En la figura adjunta se muestra el diagrama de barras obtenido de los datos del número de niños vacunados en una jornada de salud en una escuela durante una determinada semana.



De acuerdo a la información suministrada, si se considera que cada clase corresponde a un día de la semana, calcule el porcentaje de la clase que tiene mayor frecuencia.

SOLUCIÓN:

De acuerdo a la información suministrada, si se considera que cada clase corresponde a un día de la semana, los datos se dividieron en cinco clases correspondientes a las 5 barras del diagrama. La clase que tiene la mayor frecuencia, es la del día viernes con un total de 25 niños vacunados.

El porcentaje de esta clase, se calcula dividiendo el número de datos en la clase entre el número total de datos, que en nuestro caso es igual a la suma de datos en cada clase: 5+10 + 15 + 20 + 25= 75.
(Ver ejemplo 6.4.3 de la página 180 del texto UNA Matemática I, módulo II). Así, el porcentaje de esta clase es:

$$\frac{25}{75} \text{ x } 100 \approx 0{,}33 \text{ x } 100 \approx 33{,}3\ \%.$$

OBJ 7 PTA 7

Calcule la suma de los seis primeros términos de la progresión geométrica: $2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$

SOLUCIÓN:

De acuerdo a las definición dada en la página 27 del texto Matemática I, módulo III, una sucesión $\{a_n\}$ forma una progresión geométrica, si cada término a partir del primero se obtiene multiplicando al anterior por una cantidad constante llamada razón (*r*), cuyo término general viene dado por:

$$a_n = a_1 . r^{n-1}, \text{ n} \geq 1$$

Si en la sucesión $\{a_n\}$, a_i es el término i de la sucesión con i = 1, 2, 3..., hacemos el cociente $\frac{a_{i+1}}{a_i}$ de un término entre el anterior y es constante, ese valor encontrado es la razón (*r*) de la sucesión que forma una progresión geométrica.
Para conocer la razón *r*, calculamos el cociente entre dos términos consecutivos, de donde:

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2} .$$

Como el cociente entre términos consecutivos es constante, la sucesión es una progresión geométrica de razón $r = \frac{1}{2}$.

De acuerdo, con el enunciado tenemos: $a_1=2$ y $n= 6$. Para calcular la suma de los seis primeros términos de la progresión, usaremos la fórmula de la suma de los términos de una progresión geométrica:

$$s_6 = \frac{a_1.(1-r^6)}{1-r}.$$

Luego,

$$s_6 = \frac{2.\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2.\left[1-\frac{1}{64}\right]}{\frac{1}{2}} = 4.\left(\frac{63}{64}\right) = \frac{63}{16}.$$

OBJ 8 PTA 8

Determine, aplicando el álgebra de límites,

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{6x+2}{4x}.\sqrt{\frac{2x+4}{9}}\right).$$

SOLUCIÓN:

Ver ejercicio propuesto 8.6.3. N° 3 en la página 103, del texto UNA, Matemática I, módulo III.

OBJ 9 PTA 9

Sea f: **R** $\to$ **R** definida por:

$$f(t) = \begin{cases} 1 \quad , & t < -1 \\ t+4 \quad , & -1 \le t < 0 \\ t^2+4 \quad , & t \ge 0 \end{cases}.$$

Estudie la continuidad de f(t) en **R.**

SOLUCIÓN:

Veamos que sucede, para t = –1

Como,

$$\lim_{t\to -1^-} f(t) = \lim_{t\to -1^-} 1 = 1 \quad \text{y} \quad \lim_{t\to -1^+} f(t) = \lim_{t\to -1^+} (t+4) = -1+4 = 3.$$

Entonces,

$$\lim_{t\to -1^-} f(t) \neq \lim_{t\to -1^+} f(t).$$

Por lo que, el $\lim_{t\to -1} f(t)$ no existe.

Finalmente y de acuerdo a la definición 9.1 de continuidad, dada en la página 136 del texto UNA, Matemática I, módulo III, resulta que f(t) no es continua en t = –1.

CARRERAS: EDUCACIÓN PREESCOLAR Y DIFICULTADES DE APRENDIZAJE (CÓD. 175)

OBJ 10 PTA 10

¿Cuánto mide la cerca de un terreno de forma circular que ocupa una superficie de $1507,35m^2$?

SOLUCIÓN:

Denotaremos por *A* el área de forma circular representada por terreno de longitud *L* metros. De acuerdo a la definición de longitudes y áreas de regiones de un plano dadas en las páginas 65 y 66 del texto Matemática I (Cód. 175), módulo IV, se tiene que para una circunferencia de radio *R*, su longitud viene dada por:

$$L = 2.\pi.R \text{, siendo } \pi \approx 3{,}14 .$$

Como el área de superficie del terreno es:

$$A = \pi.R^2 \rightarrow R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1507,35m^2}{3{,}14}} \approx 21,91m .$$

La longitud es,

$$L = 2.(3{,}14).(21{,}91\text{m}) \approx 137{,}59 \text{ metros.}$$

OBJ 11 PTA 11

Escriba el número $(12344)_5$ en base 10.

SOLUCIÓN:

De acuerdo a lo indicado en la página 155 del texto Matemática I (Cód. 175), módulo IV, tenemos que:

$$(12344)_5 = 4+4.5+3.5^2+2.5^3+1.5^4 = 4+20+75+250+625 = 974.$$

CARRERAS: ADMINISTRACIÓN Y CONTADURÍA (CÓD. 176)

OBJ 10 PTA 10

Un empleado de una empresa ahorra Bs. 90000 si su renta es de Bs. 950000. Además, por cada bolívar de incremento de su renta aumenta Bs. 0,65. Indica el nivel de consumo si la renta se incrementa a Bs. 1050500, sabiendo que la función consumo es afín.

SOLUCIÓN:

Ver páginas 45 y 47 del texto Matemática I (Cód. 176), módulo IV. Como la función consumo es afín y de acuerdo a los datos suministrados, la función consumo viene dada por la relación:

$$C = a + 0{,}65Y.$$

Mientras que la función ahorro es:

$$A = Y - C = Y - a - 0{,}65Y$$
$$A = 0{,}35Y - a.$$

Pero para una renta de Bs. 950000 hay un ahorro de Bs. 90000, entonces:

$$90000 = 0{,}35.(950000) - a.$$

De donde, a = 242500. Luego, la función consumo está dada por la relación,

$$C = 242500 + 0{,}65\ Y.$$

Por lo tanto, el consumo para una renta de Bs. 1050500 es:

$$242500 + 0{,}65.(1050500) = 925325 \text{ Bolívares.}$$

OBJ 11 PTA 11

Un bien cuyo valor inicial es de Bs. 40000 se deprecia en forma exponencial hasta alcanzar un valor de rescate de Bs. 5000 al cabo de 6 años. Determine la función V = V(t) que muestra el valor del bien al final del año t.

SOLUCIÓN:

Este problema se resuelve de forma similar a la parte a) del ejemplo 2.7.1. de la página 98 del texto Matemática I (Cód. 176), módulo IV.

Debido a que la depreciación es de tipo exponencial, se tiene que:

$$V(t) = \alpha\, e^{-\beta t}, \quad \alpha > 0 \;,\; \beta > 0 \;,\; t \in [0\;,\;6].$$

Según los datos suministrados:

$$40000 = V(0) = \alpha \quad , \quad 5000 = V(6) = 40000\, e^{-\beta . 6}$$

Al aplicar el logaritmo en la segunda ecuación:

$$\text{Ln } 5000 = \text{Ln } 40000 - 6\beta,$$
$$6\beta = \text{Ln } 40000 - \text{Ln } 5000,$$
$$6\beta = \text{Ln } \frac{40000}{5000},$$
$$6\beta = \text{Ln } 8,$$
$$\beta \approx 0{,}34.$$

Entonces, $V(t) = 40000\, e^{-0{,}34\, t}$.

CARRERAS: MATEMATICA, EDUCACIÓN MATEMÁTICA E INGENIERÍA (CÓD. 177)

OBJ 10 PTA 10

Si a y b son números reales cualesquiera tales que a < b, entonces se verifica $a < \frac{a+b}{2}$. Demuestre esta propiedad.

SOLUCIÓN:

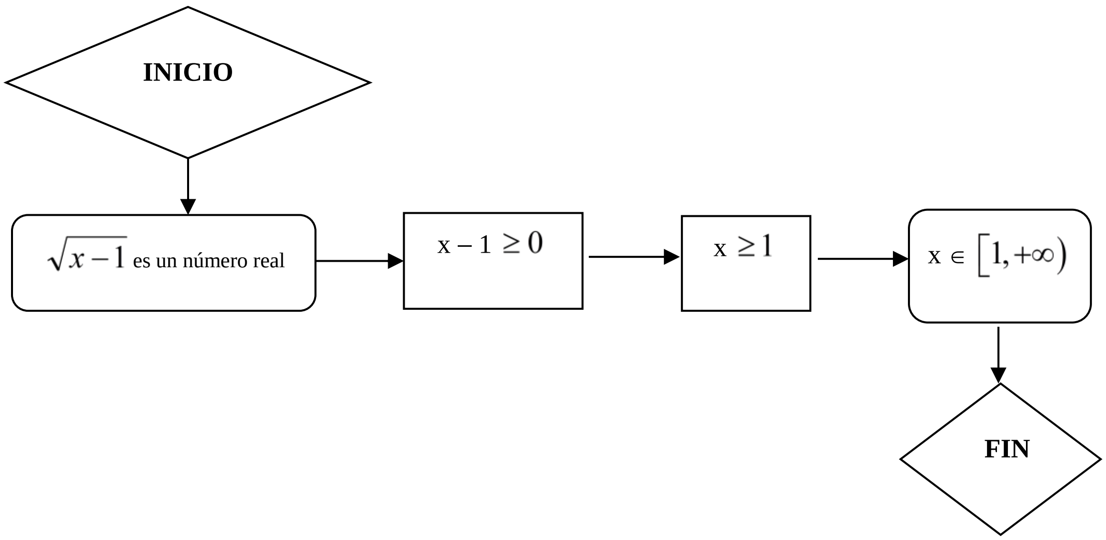
Ver ejercicio propuesto 1.2.1. N° 1 en la página 28, del texto UNA, Matemática I, módulo IV.

OBJ 11 PTA 11

Modele con un diagrama de flujo los pasos a seguir para determinar el dominio de la función f(x) definida por: f(x)= $\sqrt{x-1}$.

SOLUCIÓN:

Para modelar la determinación del dominio de la función f(x) mediante un diagrama de flujo, utilizamos la definición del dominio de una función irracional, en este caso, la función raíz cuadrada de x−1, para ello se busca el mayor subconjunto del conjunto de los números reales para los cuales está definida, en efecto:



FIN DEL MODELO.