



Universidad Nacional Abierta
Vicerrectorado Académico
Área de Matemática

Matemática II (178-179)
Cód. Carrera: 106
Fecha: 15-05-2010

MODELO DE RESPUESTAS

Objetivos 6,7,8 y 9.

OBJ 6 PTA 1

Verifica que la siguiente matriz es invertible

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Solución : Una matriz cuadrada A es invertible si el $\det A \neq 0$. En efecto

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -16$$

□

OBJ 7 PTA 2

Usar el método de Gauss-Jordan para resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$A = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y - z = 3 \\ \frac{4}{5}x - 2y + z = -4 \\ \frac{6}{7}x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

Solución : Se reduce la matriz ampliada del sistema, realizando operaciones elementales por fila se obtiene lo siguiente $x = \frac{175}{2}, y = \frac{1377}{28}, z = \frac{341}{14}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1/2 & -1/3 & -1 & 3 \\ 4/5 & -2 & 1 & -4 \\ 6/7 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 1 : multiplicamos la fila 1 por 2 y obtenemos

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2/3 & -2 & 6 \\ 4/5 & -2 & 1 & -4 \\ 6/7 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 2 : multiplicamos la fila 1 por $-4/5$ y sumamos con la fila 2 obtenemos

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2/3 & -2 & 6 \\ 0 & -22/15 & 13/5 & -44/5 \\ 6/7 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 3 : multiplicamos la fila 1 por $-6/7$ y sumamos con la fila 3 obtenemos

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2/3 & -2 & 6 \\ 0 & -22/15 & 13/5 & -44/5 \\ 0 & -10/7 & 19/7 & -29/7 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 3 : multiplicamos la fila 2 por $-75/77$ y sumamos con la fila 3 obtenemos

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2/3 & -2 & 6 \\ 0 & -22/15 & 13/5 & -44/5 \\ 0 & 0 & 2/11 & 31/7 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 2 : multiplicamos la fila 2 por $-15/22$

Cambiando la fila 3 : multiplicamos la fila 3 por $11/2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2/3 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -39/22 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 341/14 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 2 : multiplicamos la fila 3 por $39/22$ y sumamos con la fila 2

Cambiando la fila 1 : multiplicamos la fila 3 por 2 y sumamos con la fila 1

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2/3 & 0 & 383/7 \\ 0 & 1 & 0 & 1377/28 \\ 0 & 0 & 1 & 341/14 \end{array} \right)$$

Cambiando la fila 1 : multiplicamos la fila 2 por $2/3$ y sumamos con la fila 1

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 175/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1377/28 \\ 0 & 0 & 1 & 341/14 \end{array} \right)$$

□

MATEMÁTICA 178
CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

OBJ 8 PTA 3

La ecuación demanda $p = 300e^{\left(\frac{-q}{50}\right)}$ donde $q \geq 0$.

Si la función de costo es $c(q) = 350\ln(q + 1) + 400$ donde $q \geq 0$ obtenga:

1. La función de beneficio.
2. La función de beneficio medio.
3. La función de beneficio marginal.
4. La tasa con la cual varía el beneficio en un nivel de producción.

Nota: Para lograr el objetivo 8 debe realizar todos los items establecidos en la pregunta 8.

Solución : 1. La función de beneficio es $B(q) = I(q) - C(q)$

La función ingreso $I(q) = pq = 300qe^{\frac{-q}{50}}$

por lo tanto la función beneficio es $B(q) = 300qe^{\frac{-q}{50}} - 350\ln(q + 1) - 400$

2. La función de beneficio medio es

$$\overline{B(q)} = \frac{B(q)}{q} = 300e^{\frac{-q}{50}} - \frac{350\ln(q+1)+400}{q}$$

3. La función de beneficio marginal es

$$B'(q) = 300e^{\frac{-q}{50}} - 6qe^{\frac{-q}{50}} - \frac{350}{q+1}$$

4. La tasa con la cual varía el beneficio en el nivel de producción.

Dado que la tasa es el beneficio marginal evaluado en un nivel de producción K

$$B'(K) = 300e^{\frac{-K}{50}} - 6(K)e^{\frac{-K}{50}} - \frac{350}{K+1}$$

□

OBJ 9 PTA 4

Considere una economía formada por un sector productivo de tres industrias y un sector externo. Si la matriz tecnológica es:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,4 & 0,3 & 0,2 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}$$

y el vector de demanda del sector es

$$D = \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

Obtenga el vector de producción $X = (I - A)^{-1}D$ necesario para satisfacer la demanda total de esta economía

Solución : Haciendo operaciones elementales por fila se obtiene lo siguiente

$$X = \begin{pmatrix} 170,63 \\ 233,75 \\ 326,88 \end{pmatrix}$$

□

MATEMÁTICA 179
INGENIERÍA Y MATEMÁTICA

OBJ 8 PTA 3

Desmostrar por inducción la siguiente propiedad.

$$\sum_{j=1}^n j(j+1) = n(n+1)(n+2)/3$$

para $n \geq 1$.

Solución : Libro UNA Matemática II módulo IV (179) Pensamientos Matemáticos y Modelado con Matemática Pag 205 (1.c).

□

OBJ 9 PTA 4

Dada la función exponencial $y = Ae^{bx}$ (A,b son constantes no nulas), determina sus tasas aritméticas y geométrica o relativa en cualquier intervalo $[x, x + \Delta]$ de amplitud Δx . También calcular su tasa puntual en cualquier punto x .

Solución : Libro UNA Matemática II módulo IV (179) Pensamientos Matemáticos y Modelado con Matemática Pag 210 Ejemplo 8.

□

FIN DEL MODELO