Universidad Nacional Abierta
Vicerrectorado Académico
Área De Matemática

Cálculo 1 (749)
Cód. Carrera: 508
Fecha: 14/05/2011

MODELO DE RESPUESTAS
Objetivos 1, 2, 3 y 4.

OBJ 1 PTA 1

Sean **a** un número real y f,g:IR $\rightarrow$ IR funciones tales que:

$$\lim_{s \to \mathbf{a}} f(s) = L_1 \quad \text{y} \quad \lim_{s \to \mathbf{a}} g(s) = L_2$$

Demuestra usando la definición de límite de un función (en términos de ε y δ) que:

$$\lim_{s \to \mathbf{a}} (f(s) + g(s)) = L_1 + L_2$$

Respuesta

DE acuerdo a la definición de límite de la p.19 del texto, debemos demostrar que dado un número $\varepsilon > 0$ debe existir un número $\delta > 0$, tal que si $s \in IR$ y $| s - a | < \delta$, entonces $\mathbf{| (f(s) + g(s)) - (L_1 + L_2) | < \varepsilon}$.

Sea entonces ε un número positivo. Como $\lim_{s \to \mathbf{a}} f(s) = L_1$, existe un número $\delta_1 > 0$, tal que si $s \in IR$ y $| s - a | < \delta_1$, entonces $\mathbf{| f(s) - L_1 | < \varepsilon / 2}$. [1]

De manera similar, como $\lim_{s \to \mathbf{a}} g(s) = L_2$ existe un número $\delta_1 > 0$, tal que si $s \in IR$ y $| s - a | < \delta_2$, entonces $\mathbf{| g(s) - L_2 | < \varepsilon / 2}$. [2]

De esta manera si tomamos δ de tal forma que $0 < \delta \le \text{mín} \{\delta_1 , d_2\}$, entonces se cumplen simultáneamente [1] y [2]. En consecuencia, si $s \in IR$ y $| s - a | < \delta$, entonces:

$$| s - a | < \delta_1 \ , \quad | s - a | < \delta_2$$

y por lo tanto

$$| f(s) - L_1 | < \varepsilon/2 \quad \text{y} \quad | g(s) - L_2 | < \varepsilon/2.$$

Luego:

$$\begin{aligned} \mathbf{| (f(s) + g(s)) - (L_1 + L_2) |} &= \mathbf{| f(s) - L_1 + g(s) - L_2 |} \\ &\le \mathbf{| f(s) - L_1 | + | g(s) - L_2 |} \text{ (por desigualdad triangular)} \\ &\le \mathbf{\varepsilon / 2 + \varepsilon / 2 = \varepsilon} \text{ (por[1] y [2])} \end{aligned}$$

Así se concluye que:

$$\lim_{s \to \mathbf{a}} (f(s) + g(s)) = L_1 + L_2.$$

OBJ 2 PTA 2

Sea r : R$\rightarrow$ R la función definida por

$$r(t) = \begin{cases} 2t-1 & , \quad t<1 \\ 2 & , \quad t=1 \\ 1 & , \quad 1<t<2 \\ t^2-2 & , \quad t \geq 2 \end{cases}.$$

Expliqué porqué la función **r** es discontinua en los puntos t = 1 t = 2.

Respuesta

En el punto t = 1 la función r es discontinua porque

$$\lim_{t \to 1} r(t) \neq r(1) = 2.$$

En efecto:

$$\lim_{t \to 1^-} r(t) = \lim_{t \to 1^-} (2t-1) = 1 = \lim_{t \to 1^+} 1 = \lim_{t \to 1^+} r(t)$$

Entonces $\lim_{t \to 1} r(t) = 1$.

Pero r(1) = 2

En el punto t = 2, la función r no es continua porque no existe el límite: $\lim_{t \to 2} r(t)$, ya que:

$$\lim_{t \to 2^-} r(t) = \lim_{t \to 2^-} 1 = 1 \qquad \text{y} \qquad \lim_{t \to 2^+} r(t) = \lim_{t \to 2^+} (t^2-2) = 2$$

OBJ 3 PTA 3

Calcula la derivada de la función f(x) = $\frac{x^2-a}{x^2+b}$

Respuesta

Ver libro texto UNA (749) , modulo 3, pag 157, ejercicio 3

OBJ 4 PTA 4

Calcula la derivada de la función f(x) = arc ctg $\sqrt{\frac{x-a}{x-b}}$

Respuesta

Ver libro texto UNA (749) , modulo 4, pag 173, ejercicio 2

FIN DEL MODELO

Elaborado por: Chanel Chacón