Universidad Nacional Abierta
Vicerrectorado Académico
Área de Matemática

Cálculo I (749)
Fecha: 18/ 06 /2011

MODELO DE RESPUESTAS

OBJ 5 PTA 5

¿Es posible aplicar la fórmula de Lagrange a la función f(x) = $\sqrt[5]{x^4(x+1)}$ definida en el intervalo $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$?

Solución: Libro texto UNA (700), página 148, sección 20, ejercicio propuesto # 1.

OBJ 6 PTA 6

Encuentre un valor aproximado para $\sqrt{e}$ utilizando un polinomio de Taylor de grado 3 y estime el error.

Solución. Obsérvese que $\sqrt{e} = e^{0.5}$, es decir se nos pide evaluar a la función exponencial en 0.5, el cual es un valor cercano a $x_0 = 0$, punto en que conocemos a la función exponencial y a sus derivadas.

Así pues encontremos la fórmula de Taylor

$$f(x) = f(0) + f'(0)(x-0) + \frac{f^{(2)}(0)}{2!}(x-0)^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}(x-0)^3 + E_3$$

para $f(x) = e^x$ en $x_o = 0$, y posteriormente evaluaremos en x = 0.5

Como la función exponencial y todas sus derivadas son iguales, $f^{(n)}(0) = 1$, la fórmula nos queda:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + E_3$$

evaluando en x = 0.5, tenemos:

$$e^{0.5} = 1 + 0.5 + \frac{(0.5)^2}{2!} + \frac{(0.5)^3}{3!} + E_3$$

$$e^{0.5} = 1.64583333 + E_3$$

donde la formula para E_3 viene dada por

$$\frac{f^{(4)}(c)}{4!}(0.5)^4$$

Como $f^{(4)}(x) = e^x$, $| e^x | < 3$ para $x \in [0, 1]$, es decir la derivada está acotada por 3 y en consecuencia

$$|E_3| \leq 3\left|\frac{(0.5)^4}{4!}\right|$$

$$|E_3| = 0.0078125.$$

En base a todo lo anterior, podemos afirmar que: $\sqrt{e} \approx 1.645833333$ con un error que no excede de 8 milésimas.

OBJ 7 PTA 7
Encuentre los valores extremos de $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 +4x$

<u>Solución</u>: Encontremos primero los puntos críticos:

$$f'(x) = 4x^3 + 12x^2 + 12x +4 = 0$$

$$f'(x) = 4(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) = 4(x + 1)^3 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Por lo tanto el único punto crítico es $x_o = -1$

Tratemos ahora de determinar su naturaleza:

$f''(x) = 12x^2 + 24x + 12$ $f''(-1) = 0$

$f^{(3)}(x) = 24x + 24$ $f^{(3)}(-1) = 0$

$f^{(4)}(x) = 24$ $f^{(4)}(-1) = 24$

Como la primera derivada diferente de cero en -1 es la de grado 4 y 4 es par, el signo positivo de esta cuarta derivada nos dice que f alcanza un mínimo en $x_o = -1$.

OBJ 8 PTA 8
Construir la gráfica de las función $f(x) = \sqrt{4x^2 - x}$, con $x \in (-\infty, 0] \cup \left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$

Respuesta:
Libro de texto UNA (700), pagina 306, sección 30, ejercicio propuesto # 2.

FIN DEL MODEO DE RESPUESTAS