Universidad Nacional Abierta
Vicerrectorado Académico
Área De Matemática

MATEMATICAS II (178 - 179)
Cód. Carrera: 610, 612, 613, 508, 280, 236, 126
Fecha: 02/03/2013

MODELO DE RESPUESTAS

Objetivos 1, 2, 3, 4 y 5

OBJ 1 PTA 1

Al hacer el cambio de variable z = 2x en el límite $\lim\limits_{x\to 3}(x^3 + 2x^2 - 2x + 5)$ obtenemos el límite:

a. $\lim\limits_{z\to 3}(z^3/8 + z^2/2 - z + 5)$ b. $\lim\limits_{z\to 6}(z^3/8 + z^2/2 - z + 5)$

c. $\lim\limits_{z\to 6}(z^3 + 2z^2 - 2z + 5)$ d. $\lim\limits_{z\to 3}(z^3 + 2z^2 - z + 5)$

SOLUCION

Al hacer el cambio z = 2x [1], tenemos que x = z/2 , luego

$$x^3 + 2x^2 - 2x + 5 = (z/2)^3 + 2(z/2)^2 - 2(z/2) + 5$$
$$= z^3/8 + z^2/2 - z + 5$$

Además de [1] resulta que cuando $x\to 3$, necesariamente $z\to 6$. Por lo tanto, al hacer el cambio de variable z = 2x, el límite $\lim\limits_{x\to 3}(x^3 + 2x^2 - 2x + 5)$ se transforma en el límite:

$$\lim_{z\to 6}(z^3/8 + z^2/2 - z + 5)$$

Opción correcta: b

OBJ 2 PTA 2

Calcular el siguiente límite $\lim\limits_{x\to\beta} sen\left(\frac{x-\beta}{2}\right) tg\left(\frac{\pi x}{2\beta}\right)$

SOLUCION

$$\lim_{x\to\beta} sen\left(\frac{x-\beta}{2}\right) tg\left(\frac{\pi x}{2\beta}\right) = \lim_{y\to 0} sen(y)\, tg\left(\frac{\pi(2y+\beta)}{2\beta}\right)$$

$$= \lim_{y\to 0} sen(y)\, tg\left(\frac{\pi y}{2\beta} + \frac{\pi}{2}\right) = \lim_{y\to 0} sen(y)\frac{sen\left(\frac{\pi y}{2\beta}+\frac{\pi}{2}\right)}{cos\left(\frac{\pi y}{2\beta}+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$= -\lim_{y\to 0} sen(y)\frac{cos\left(\frac{\pi y}{\beta}\right)}{sen\left(\frac{\pi y}{\beta}\right)} = -\lim_{y\to 0}\frac{sen(y)}{tg\left(\frac{\pi y}{\beta}\right)} = -\lim_{y\to 0}\frac{sen(y)}{tg\left(\frac{\pi y}{\beta}\right)}\frac{\frac{\pi y}{\beta}}{\frac{\pi y}{\beta}}$$

$$= -\frac{\beta}{\pi}\lim_{y\to 0}\frac{sen(y)}{y}\lim_{y\to 0}\frac{\frac{\pi y}{\beta}}{tg\left(\frac{\pi y}{\beta}\right)} = -\frac{\beta}{\pi}.1.1 = -\frac{\beta}{\pi}.$$

OBJ 3 PTA 3

Hallar el valor de a y b para que f(x) sea continua en todo IR

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{si } x \le 2 \\ ax + b, & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2b - 3ax, & \text{si } x \ge 3 \end{cases}$$

SOLUCION

Estudiamos la continuidad de la función en x = 2. El valor de la función en el punto es f(2) = 4.

(1) Estudiamos los límites laterales

$$\lim_{x \to 2^-} 3x - 2 = 4 = 2a + b = \lim_{x \to 2^+} ax + b\,.$$

Con la condición $2a + b = 4$ verifica que $\lim_{x \to 2} f(x)$ = f (2) .

(2) Estudiamos la continuidad en x = 3, f(3) = 2b – 9a

Para calcular el límite en x = 3 estudiaremos los limites laterales

$$\lim_{x \to 3^-} ax + b = 3a + b = 2b - 9a = \lim_{x \to 3^+} 2b - 3ax$$

La condición $3a + b = 2b - 9a$ verifica que $\lim_{x \to 3} f(x)$ = f (3) .

Luego, resolvemos el sistema

$$\begin{cases} 2a + b = 4 \\ 3a + b = 2b - 9a \end{cases} \Rightarrow \quad a = \frac{2}{7} \quad y \quad b = \frac{24}{7}$$

OBJ 4 PTA 4

Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación de movimiento dado por e(t) = $2t^3 - 4t^2 + 2t + 1$. Determinar los intervalos de tiempo para los cuales la partícula se mueve a la derecha o a la izquierda.

SOLUCION

Debes consultar el libro de texto UNA Matemática II (cód. 178-179) módulo II, pág. 34, ejemplo 4.5.1

OBJ 5 PTA 5

Calcular la derivada implícita de tg (y) = $3x^2$ + tg(x + y)

SOLUCION

($\sec^2$ y) y’ = 6x + ($\sec^2$ (x + y))(1 + y’) = 6x + $\sec^2$ (x + y) + y’$\sec^2$ (x + y)

Luego,

$$y' = \frac{6x + sec^2(x+y)}{sec^2(y) - sec^2(x+y)}$$

FIN DEL MODELO DE REPUESTAS